

2.1) ESERCITAZIONE N°1: Misure di vibrazioni

2) Taratura dinamica di sensori di temperatura per la misura del ciclo di regolazione di una resistenza termostata

SOMMARIO

Si deve determinare l'andamento temporale del ciclo di regolazione di una resistenza termostata. E' necessaria una taratura dinamica di termometri con sensori di temperatura a termocoppia tipo K e termometri a resistenza per poterne determinare le relative funzioni di trasferimento. Queste infatti consentono di verificare la prontezza di risposta di tali strumenti e quindi di valutare l'idoneità del loro impiego per misure di fenomeni tempovarianti.

In base ai valori delle costanti di tempo dei diversi sensori si decide se sia opportuno eseguire una correzione dei valori misurati, relativi al ciclo di regolazione, attraverso la valutazione del rapporto fra la trasformata di Laplace della funzione delle temperature misurate e la funzione di trasferimento.

Se un termometro ha costante di tempo trascurabile rispetto alla durata del fenomeno esaminato, i valori del ciclo di regolazione da esso rilevati non vengono corretti perché si considera trascurabile l'errore relativo alla prontezza dello strumento.

I risultati corretti letti dai due diversi termometri ed eventualmente corretti vengono infine confrontati.

1) INTRODUZIONE

Una resistenza termostata annegata in una piastra in acciaio (ferro da stiro) è un dispositivo capace di mantenere la piastra ad una temperatura compresa in un certo intervallo di valori prefissati.

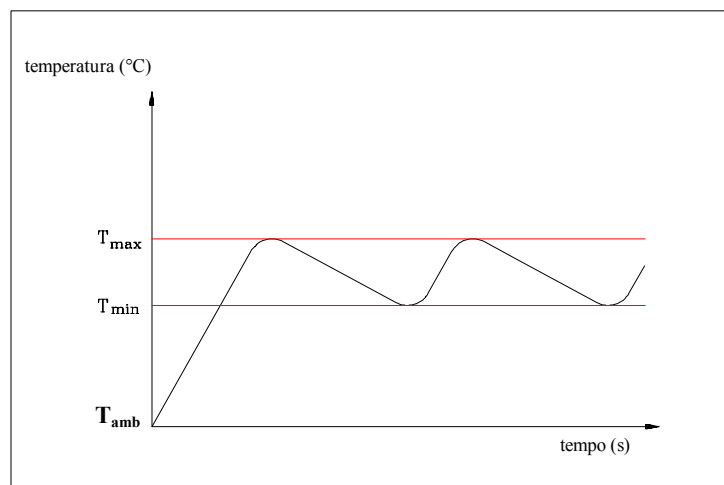


Fig. 1.1: Ciclo di regolazione nominale di una resistenza termostata.

Questo avviene per mezzo di una resistenza elettrica attraverso la quale passa corrente, che per effetto Joule viene trasformata in calore solo se il termostato ne rileva la necessità, cioè solo quando il corpo ad essa collegato scende ad una temperatura inferiore a quella minima desiderata T_{\min} .

Non appena viene raggiunta la temperatura massima T_{\max} il termostato, proprio perché dotato di dispositivi di controllo e di retroazione, interrompe il flusso di energia.

La piastra, per effetto dello scambio termico con l'ambiente, perde calore e si raffredda fino a raggiungere la T_{\min} .

A questo punto il ciclo riprende nuovamente.

Fatta eccezione per il transitorio iniziale nel quale la temperatura sale da T_{amb} a T_{\max} , essa si manterrà sempre nell'intervallo T_{\min} - T_{\max} .

Il ciclo di regolazione è illustrato in figura 1.1

In realtà si verificano ritardi di regolazione dovuti all'inerzia del termostato e della piastra e il ciclo di regolazione va a regime dopo un transitorio iniziale (da t_0 a t_1), anche a causa della variazione delle prestazioni dei dispositivi di regolazione dovuta alla variazione della loro temperatura.

La resistenza termostata (ferro da stiro) in esame è provvista di un sistema di regolazione che provvede a regolare la quantità di calore entrante; il sistema di riscaldamento è composto da una resistenza, annegata nella piastra, che trasforma energia elettrica in calore per effetto Joule.

La temperatura dell'apparecchio è regolata da un sistema automatico che, agendo sull'alimentazione della resistenza, provvede a mantenerla costante, o comunque sufficientemente regolare.

La prova viene eseguita per analizzare l'efficacia della regolazione. Il sistema di regolazione è un semplice interruttore termico: quando la temperatura sale oltre ad una certa soglia, il sistema toglie l'alimentazione alla resistenza riscaldante, per poi chiudere nuovamente il circuito una volta che la temperatura è scesa sotto ad un altro valore prestabilito.

L'andamento dell'energia termica apportata ha la forma di un'onda quadra, ove il periodo è il tempo trascorso tra due inserzioni. L'effettiva temperatura, della piastra in acciaio, è quella risultante dalla sovrapposizione dell'effetto dovuto alla sua inerzia termica e alla sua dispersione di calore verso l'ambiente che, quindi, non segue fedelmente l'alimentazione, ma conserva lo stesso periodo di oscillazione (figura 1.2).

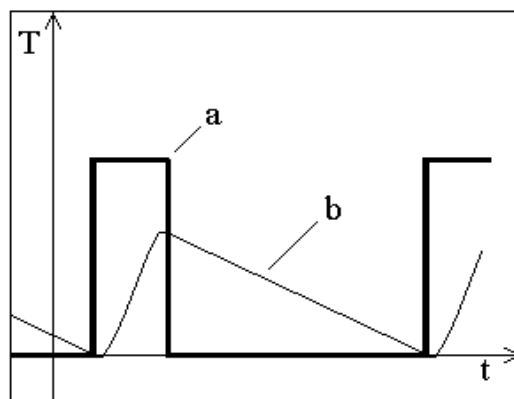


Fig. 1.2: andamento temporale dell'alimentazione (a) e della temperatura della piastra (b).

L'obiettivo dell'esercitazione è quello di rilevare sperimentalmente l'andamento della temperatura della piastra ottenuto con tale tipo di regolazione, che si determina dopo aver effettuato una taratura dinamica della sonda. Uno dei principali fattori da considerare è proprio la velocità di risposta dello strumento di misura. Se lo strumento è sufficientemente pronto i dati potranno essere utilizzati direttamente per la rappresentazione della grandezza in ingresso mentre in caso contrario sarà necessaria una correzione mediante l'utilizzo della funzione di trasferimento.

Come risulta dall'esame dei dati rilevati su un intervallo sufficientemente lungo, il ciclo di regolazione non risulta da subito regolare ma si manifesta un periodo di transitorio prima che venga raggiunta la condizione di funzionamento a regime.

Infatti all'inizio la piastra del ferro da stiro si trova ad una temperatura sensibilmente inferiore a quella di funzionamento ed anche la base in legno è a temperatura ambiente. Proprio per questo motivo, quando il ferro viene acceso e si scalda, questa tende a sottrarre calore.

La manifestazione del fenomeno risulta particolarmente evidente durante i primi cicli, tanto che i valori di temperatura massima e minima misurati aumentano progressivamente durante i primi minuti. Quando poi anche la base in legno ha raggiunto una certa temperatura ed il gradiente termico risulta minore, i valori tendono ad una certa stabilità.

Per gli stessi motivi anche il periodo appare più breve durante i primi istanti di funzionamento, proprio perché la maggior dissipazione raffredda più velocemente la piastra, mentre si dilata e raggiunge una certa regolarità trascorso qualche minuto dopo l'accensione.

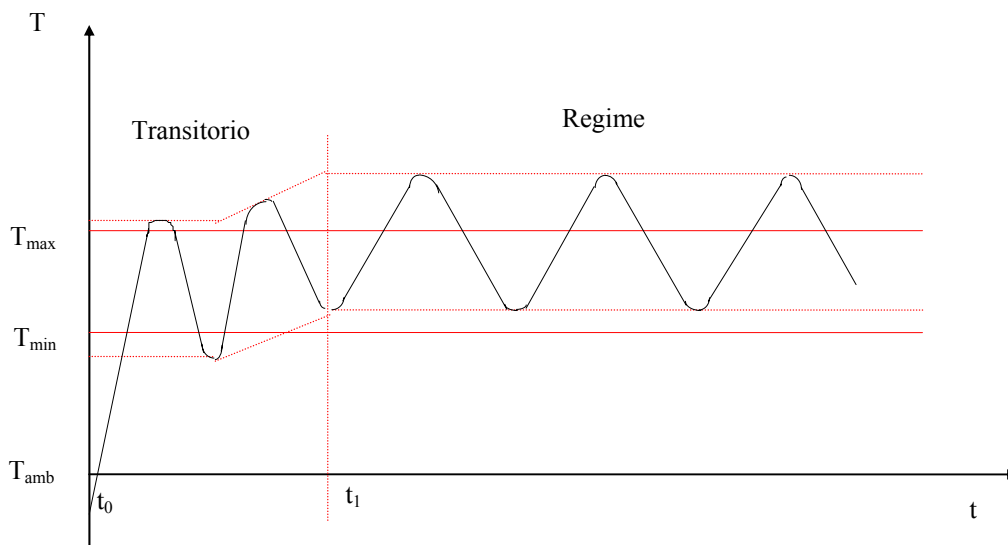


Fig. 1.3 - Ciclo di regolazione reale di una resistenza termostatata

2) RICHIAMI DI TEORIA

2.1) La termocoppia, strumento del 1° ordine

La termocoppia tipo K è costituita da due conduttori di diverso materiale: Cromel e Alumel connessi a circuito. Le giunzioni tra i due materiali sono mantenute a temperature diverse così che, per effetto Seebeck, in esse circola corrente. L'intensità di tale corrente o della tensione corrispondente che verrebbe a formarsi alle estremità se il circuito fosse aperto dipende proprio dalla natura dei due materiali e dalla temperatura delle giunzioni.

La termocoppia, se non rivestita da guaina protettiva può essere modellizzata come uno strumento del 1° ordine caratterizzato da una equazione differenziale che esprime la conservazione dell'energia termica. Si eguaglia la somma del calore trasmesso dalla giunzione per conduzione e per convezione a quello fornito dall'ambiente per convezione.

$$m \cdot c \cdot \frac{dT_m}{dt} + \alpha \cdot A \cdot T_m = \alpha \cdot A \cdot T_0 \quad \left(a_1 \cdot \frac{dT_m}{dt} + a_0 \cdot T_m = b_0 \cdot T_0 \right) \quad (2.1)$$

dove: la sensibilità statica (b_0/a_0) è unitaria; $T_m = g_u(t)$ = temperatura misurata; $T_0(t) = g_i(t)$ = temperatura dell'ambiente da misurare; m = massa; c = calore specifico; A = superficie della giunzione; α = coefficiente di convezione. Facendo la trasformata di Laplace, con condizioni iniziali nulle, si ottiene:

$$m \cdot c \cdot s \cdot T_m + \alpha \cdot A \cdot T_m = \alpha \cdot A \cdot T_0 \quad (2.2)$$

La funzione di trasferimento $T(s)$ risulta:

$$T(s) = \frac{T_m}{T_0} = \frac{\alpha \cdot A}{m \cdot c \cdot s + \alpha \cdot A} = \frac{1}{\frac{m \cdot c}{\alpha \cdot A} \cdot s + 1} = \frac{1}{\tau_0 \cdot s + 1} \quad (2.3)$$

Essendo la costante di tempo τ :

$$\tau = \frac{m \cdot c}{\alpha \cdot A} \quad (2.4)$$

Per gli strumenti del primo ordine i parametri caratteristici sono la sensibilità statica k (posta in questo caso uguale ad uno) che viene determinata in sede di taratura statica, e la costante di tempo τ parametro dinamico da determinare.

Per un ingresso a gradino da T_{amb} a T_0 si ha:

$$T_m(t) = (T_{amb} - T_0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + T_0 \quad (2.5)$$

dove T_{amb} è la temperatura iniziale dello strumento.

Per la determinazione sperimentale della costante di tempo τ dalla (2.5) si ottiene:

$$\ln\left(\frac{T_m(t) - T_0}{T_{amb} - T_0}\right) = -\frac{t}{\tau} \quad (2.6)$$

Posto

$$\ln\left(\frac{T_m(t) - T_0}{T_{amb} - T_0}\right) = X(t) \quad (2.7)$$

$$-\frac{1}{\tau} = A \quad (2.8)$$

si ottiene l'equazione di una retta:

$$X(t) = A \cdot t \quad (2.9)$$

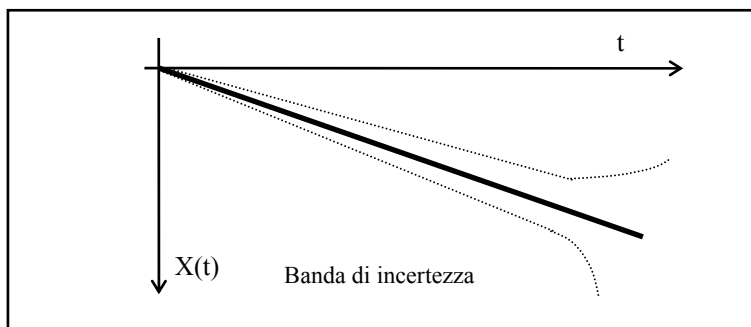


Fig. 2.3: Rappresentazione della X(t).

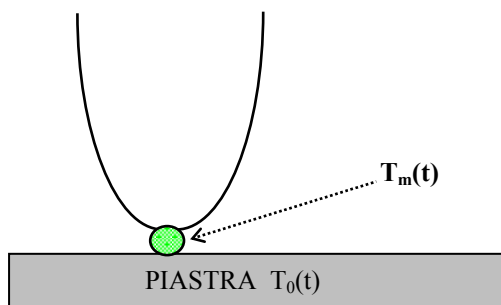


Fig. 2.4: Rappresentazione di una termocoppia

Riportati i dati rilevati su un grafico X-t si procede alla determinazione del coefficiente angolare della retta interpolante i punti trovati.

La retta (eq. 2.9) può essere determinata tramite interpolazione grafica o con il metodo dei minimi quadrati ed espressa nella forma:

$$X(t) = A \cdot t + B \quad (2.10)$$

con

$$A = \frac{N \sum tX - (\sum t)(\sum X)}{N \sum t^2 - (\sum t)^2} \quad (2.11)$$

dove N è il numero di campioni misurati e B = 0 perché la retta deve passare nell'origine. Risulta quindi:

$$\tau = -\frac{1}{A} \quad (2.12)$$

Il metodo descritto determinazione della costante di tempo è preferibile a quelli puntuali (pendenza della tangente all'origine o tempo corrispondente al valore di T_m(t) pari a 1-e⁻¹=0,632) perché permette di confrontare tutti i valori della costante di tempo nel campo di misura e anche di verificare l'ipotesi di strumento del primo ordine (retta nel grafico).

2.2) Il termometro a resistenza, strumento del 2° ordine

La resistività dei conduttori varia se si sottopone la resistenza ad una variazione di temperatura. Su questo principio si basano i termometri a resistenza elettrica. L'elemento sensibile è costituito da un filo, avvolto su un elemento di vetro o porcellana ricoperto da una guaina del medesimo materiale ed infine calato in una guaina metallica esterna con funzione protettiva. Il termometro a resistenza dovrebbe quindi essere considerato come uno strumento di ordine superiore essendo caratterizzato da più costanti di tempo relative alla resistenza vera e propria, alla guaina di vetro o di porcellana ed alla guaina metallica esterna. In pratica, però, molto spesso tale strumento viene considerato con buona approssimazione, del secondo ordine.

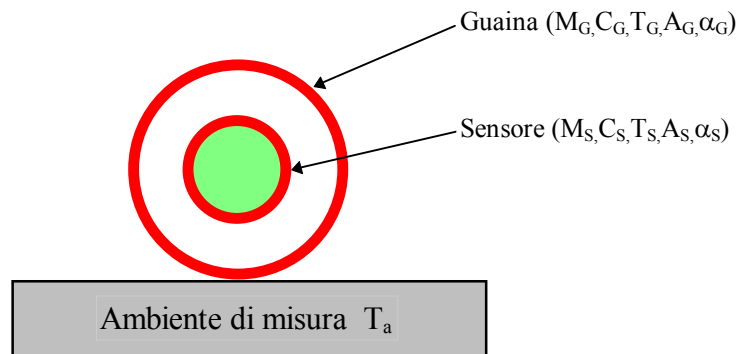


Fig. 2.5 Sezione del termometro a resistenza.

Nella pratica si ottiene una buona approssimazione se si considera il termometro caratterizzato da un'equazione differenziale del secondo ordine del seguente tipo:

$$a_2 \frac{d^2 T_m}{dt^2} + a_1 \frac{dT_m}{dt} + a_0 T_m = b_0 T_0 \quad (2.13)$$

ove a_1 , a_0 , e b_0 sono costanti dell'equazione differenziale caratteristica. Dalla taratura statica si ricava, inoltre, che $a_0 = b_0 = 1$.

Nel caso in cui il sensore di temperatura sia avvolto da una guaina, considerando lo strumento del secondo ordine dall'equilibrio termico fra il trasferimento di calore della resistenza e l'energia immagazzinata dalla guaina risulta la seguente funzione di trasferimento:

$$\mathbf{T}(s) = \frac{T_m}{T_0}(s) = \frac{1}{\tau_g \cdot \tau_s \cdot s^2 + \left(\tau_g + \tau_s + \frac{M_s \cdot C_s}{V_g \cdot A_g} \right) \cdot s + 1} \quad (2.14)$$

Il termine $\frac{M_s \cdot C_s}{V_g \cdot A_g}$, nominato termine di accoppiamento, è spesso trascurabile e quindi si ha:

$$\mathbf{T}(s) = \frac{T_m}{T_0}(s) \cong \frac{1}{\tau_g \cdot \tau_s \cdot s^2 + (\tau_g + \tau_s) \cdot s + 1} \quad (2.15)$$

essendo τ_g la costante di tempo della guaina:

$$\tau_g = \frac{M_g \cdot C_g}{\alpha_g \cdot A_g} \quad (2.16)$$

e τ_s la costante di tempo del termometro a resistenza

$$\tau_s = \frac{M_s \cdot C_s}{\alpha_s \cdot A_s} \quad (2.17)$$

dove M è la massa C il calore specifico α il coefficiente di scambio termico A l'area di scambio termico e gli indici g se riferiti alla guaina e s se riferiti al sensore.

Nella rappresentazione a blocchi uno strumento del secondo ordine sovrasmorzato è rappresentato in figura 2.6.

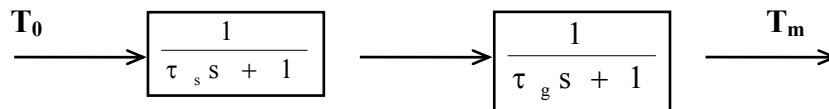


fig. 2.6 - Rappresentazione a blocchi di un sistema del II ordine sovrasmorzato

Nel caso di ingresso a gradino la risposta $T_m(t)$ é:

$$T_m(t) = T_0 + (T_{amb} - T_0) \cdot \left(-\frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} + \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (2.18)$$

Passando ai logaritmi si ottiene:

$$\ln \left(\frac{T_m(t) - T_0}{T_{amb} - T_0} \right) = \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_1}} - \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \quad (2.19)$$

Analogamente alla trattazione dei sistemi del primo ordine, posto:

$$Y(t) = \left(\frac{T_m(t) - T_0}{T_{amb} - T_0} \right) \quad (2.20)$$

Se $\tau_2 < \tau_1$ esiste un valore t^* tale che, per ogni $t > t^*$, il secondo termine al secondo membro della 2.19 sia trascurabile rispetto al primo. Se τ_2 è un valore molto maggiore di t^* , il rapporto (t/τ_2) è grande e quindi la curva esponenziale può essere approssimata a zero:

$$e^{-\frac{t}{\tau_2}} \cong 0 \quad (2.21)$$

e quindi:

$$T_m(t) \cong T_0 + (T_{amb} - T_0) \cdot \left(-\frac{\tau_1}{\tau_2 - \tau_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) \quad (2.22)$$

facendo il logaritmo si ottiene:

$$\ln Y(t) \cong \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) = \ln \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} - \frac{t}{\tau_1} = \ln A_1 - \frac{t}{\tau_1} \quad (2.23)$$

Analogamente ai sistemi del primo ordine, riportati i dati rilevati su un grafico X-t, per ogni $t > t^*$, si procede alla determinazione del coefficiente angolare della retta $X(t) = A \cdot t + B$ e quindi di τ_1 . Per determinare τ_2 si ripete il procedimento dopo avere eseguito la differenza dei secondi membri delle (2.18) e (2.22) per valori di $t < t^*$.

In alternativa si può utilizzare il seguente metodo grafico: si riporta in un diagramma semilogaritmico la quantità Y con il tempo in ascissa (figura 2.7), si individua una curva il cui asintoto $Y^*(t)$ per ogni $t > t^*$, intercetta l'asse delle ordinate nel punto A_1 .

Si determina quindi con il metodo dei minimi quadrati o graficamente il valore di τ_1 dato dal valore di t corrispondente ad una ordinata pari a $(1/e)A = 0,368 A$.

Si considera poi la differenza tra la quantità Y e l'asintoto Y^* che dà luogo ad una retta che interseca l'asse delle ordinate nel punto:

$$\ln(Y - Y^*) = \ln \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} - \frac{t}{\tau_2} = \ln A_2 - \frac{t}{\tau_2} \quad (2.24)$$

essendo:

$$A_2 = \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \quad (2.25)$$

Il valore di τ_2 corrisponde sulla retta al valore di t corrispondente ad una ordinata pari a $0,368(A_1 - 1)$.

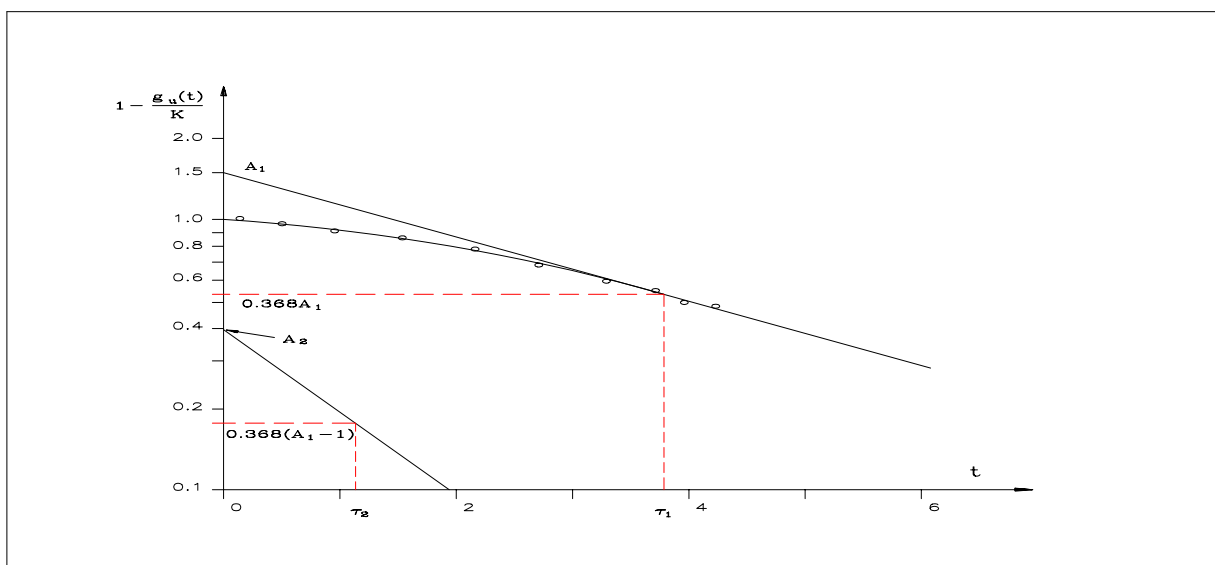


Fig. 2.7 Grafico qualitativo per il calcolo delle costanti di tempo di strumenti del secondo ordine.

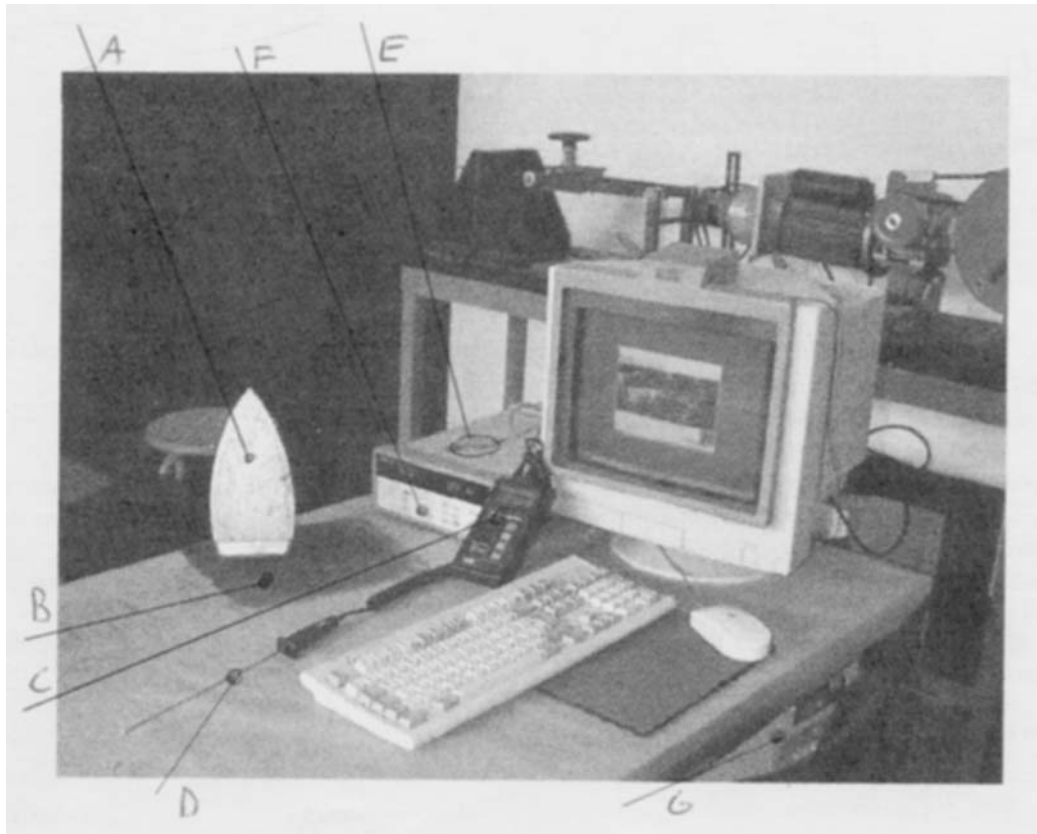


Fig. 2.8: foto dell'apparato sperimentale: A) resistenza termostata; B) isolamento termico; C) termometro digitale; D) sensore Pt100; E) sensore a termocoppia; F) sistema di acquisizione dati; G) computer.

2.3) Calcolo del profilo di temperatura della piastra calda

La trattazione è riferita all'equazione (2.13); per l'equazione (2.1) la trattazione è semplificata. Una funzione periodica T_m ammette sempre uno sviluppo in serie di Fourier, del seguente tipo:

$$T_m(t) = f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} a_j \cos j\omega t + \sum_{j=1}^{\infty} b_j \sin j\omega t \quad (2.26)$$

che, per una distribuzione discreta di punti, si ottiene con:

$$a_0 = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N F_n \quad (2.27a)$$

$$a_j = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N F_n \cos \frac{2j\pi n}{T} \quad (2.27b)$$

$$b_j = \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N F_n \sin \frac{2j\pi n}{T} \quad \text{con } j=1,2,3,\dots\left(\frac{N}{2}-1\right) \quad (2.27c)$$

ove N è il numero di punti che descrivono la curva e T è il periodo della funzione. Si preferisce utilizzare la (2.26) nella forma:

$$T_m(t) = f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} c_j \cos(j\omega t - \phi) \quad (2.28)$$

con:

$$c_j = \sqrt{a_j^2 + b_j^2} ; \quad \phi = \arctan\left(\frac{b_j}{a_j}\right) \quad (2.29)$$

Note le costanti di tempo caratteristiche del sistema, si può scrivere immediatamente la funzione di trasferimento, che risulta:

$$T(s) = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad \text{oppure} \quad T(s) = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (2.30)$$

da cui si ricava $a_2 = \tau_1 \cdot \tau_2$ e $a_1 = \tau_1 + \tau_2$; si può, inoltre, porre $s = i\omega$, perché si sta analizzando la risposta forzata del sistema.

Data la costanza dei coefficienti τ_1 e τ_2 , il valore del modulo di $T(i\omega)$ e della sua fase risultano solamente funzione di ω . I termini dell'equazione (2.28), quindi, sono stati modificati (attenuati e sfasati) di una quantità che è solo funzione di ω . Queste correzioni possono essere evidenziate tramite il tracciamento dei diagrammi di Bode.

Se si calcolano i termini a_0 , c_j e ϕ_j per i valori delle temperature misurate dell'uscita, l'ingresso $T_{\text{piastra}}(t)$ risulta:

$$T_{\text{piastra}}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \frac{c_j}{|T(j\omega t)|} \cos(j\omega t - \phi - \varphi)$$

ove $|T(j\omega t)|$ è il modulo della funzione di trasferimento e φ è lo sfasamento che ha prodotto.

3) APPARATO SPERIMENTALE

In figura 2.28 e 3.1 è rappresentato l'apparato sperimentale utilizzato per l'esecuzione dell'esperienza.

Esso si compone dei seguenti strumenti:

- a) Resistenza termostata (installata su un ferro da stiro Philips, alimentato a 220 Volt, con potenza di 1000 Watt). Durante l'esercitazione, per poter raccogliere dati tra loro confrontabili in occasioni successive il termostato è stato fissato in corrispondenza della posizione indicata dalla tacca di riferimento.
- b) Tavoletta di legno ad uso piano di appoggio.
- c) Termometro digitale per termocoppie con campo di temperatura da -20°C a 700°C con risoluzione 0.1°C e accuratezza $\pm 0.5^\circ\text{C}$ nell'intervallo di temperatura compreso tra 20°C e 150°C .
- d) Termocoppia tipo K (cromel-alumel) a filo scoperto.
Lo strumento di misura fornisce direttamente in uscita il valore della temperatura.
- e) Termometro digitale per sonde Pt 100 con campo di temperatura: compreso tra -200°C e $+200^\circ\text{C}$, risoluzione pari a $\pm 0.1^\circ\text{C}$ e precisione $\pm 0.5^\circ\text{C}$
- f) Resistenza al platino Pt 100.

g) Cronografo con risoluzione al decimo di secondo.

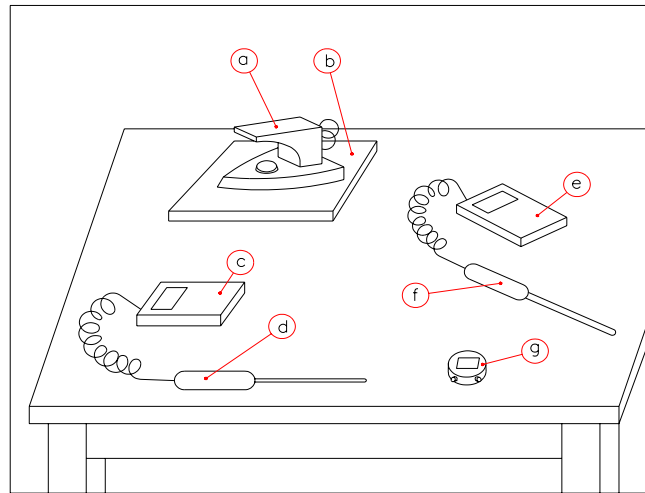


Fig. 3.1 Apparato sperimentale.

4) PROCEDURA.

4.1) Taratura dinamica dei sensori di temperatura

Per il rilevamento dei dati si esegue per entrambi gli strumenti il procedimento qui sotto riportato. Per effettuare la taratura a contatto con la piastra si procede nel modo seguente:

- 1) si accende il ferro da stiro e si attende che arrivi a regime (condizione che si verifica dopo non meno di 300 secondi).
- 2) si effettua la misura della temperatura ambiente (T_{amb}) all'istante $t_0=0$: nel compiere questa operazione bisogna fare attenzione che il sensore sia abbastanza distante da eventuali fonti di calore che possano influenzare la misurazione.
- 3) si pone la sonda del termometro a contatto con la piastra del ferro da stiro, situata fra tavoletta in legno e piastra;
- 4) a partire dall'istante t_0 , ad intervalli regolari variabili da uno a cinque secondi in funzione dello strumento da utilizzare e dello scopo della misura si leggono i valori della temperatura indicata dallo strumento fino ad arrivare a valori di temperatura quasi costanti. Se la taratura è fatta in un tempo di un ordine di grandezza inferiore al periodo relativo al ciclo di regolazione della resistenza termostata, si può ipotizzare costante la temperatura della piastra. In particolare è opportuno utilizzare intervalli di tempo elevati per determinare il ciclo di regolazione e più brevi quando si tarano gli strumenti.
- 5) si riportano in una tabella i valori t - T misurati.

In modo analogo si può procedere alla taratura in aria dello stesso sensore. Mentre la taratura a contatto determinava un ingresso a gradino positivo in questo caso si rileva un ingresso a gradino negativo.

4.2) Determinazione del ciclo di regolazione

Per determinare il ciclo di regolazione si rilevano dati per un tempo sufficiente ad eseguire alcuni (almeno tre) cicli di regolazione. Si procede come segue:

- 1) si pone la sonda del termometro tra la tavoletta di legno e la piastra del ferro da stiro.
 - 2) si rilevano le corrispondenti temperature della piastra a regime ad intervalli regolari.
- Questo procedimento è valido per entrambi gli strumenti.

5) VALUTAZIONE DELL'INCERTEZZA

Si hanno diverse fonti di incertezza nell'utilizzo degli strumenti di misura tra cui:

1) Incertezza nella definizione della temperatura a causa della presenza di un gradiente di temperatura non nullo sulla superficie della piastra (figura 5.1). I punti della piastra in prossimità della serpentina si troveranno a temperatura maggiore rispetto ad altri (differenze si possono avere anche lungo la serpentina).

2) Incertezza dovuta alla presenza sull'elemento sensibile di un gradiente di temperatura non nullo (figura 5.2).

La superficie dell'elemento sensibile si trova a contatto con aree a temperature differenti e di conseguenza vi è un passaggio di calore verso zone più fredde: si avrà conduzione tra il sensore e il piano d'appoggio, convezione tra il sensore e l'aria.

Si può anche osservare un gradiente di temperatura non nullo nell'aria.

3) Incertezza nella misurazione con la termocoppia causata dalla variazione della temperatura del giunto freddo: fornendo la termocoppia una misura relativa, una giunzione deve essere mantenuta ad una opportuna temperatura di riferimento costante che potrebbe essere quella del ghiaccio fondente.

Nel presente caso si ha una compensazione elettronica della variazione di temperatura all'interno del multimetro utilizzato. (figura 5.3).

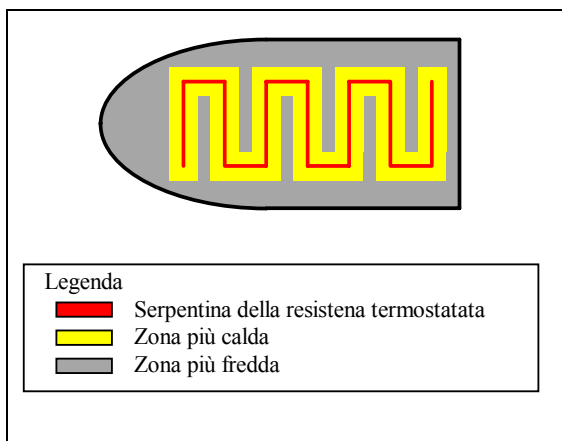


Figura 5.1: gradiente di temperatura sulla piastra.

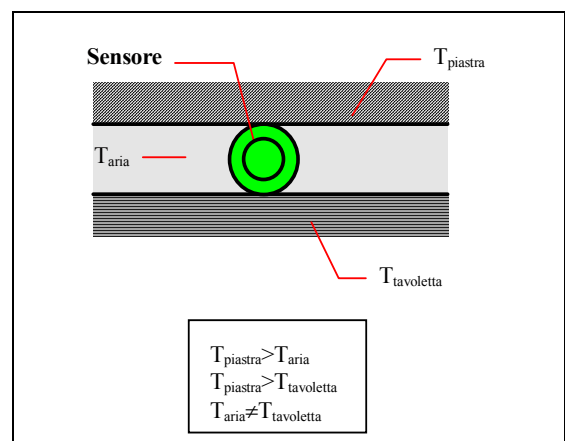


Figura 5.2: gradiente di temperatura sull'elemento sensibile.

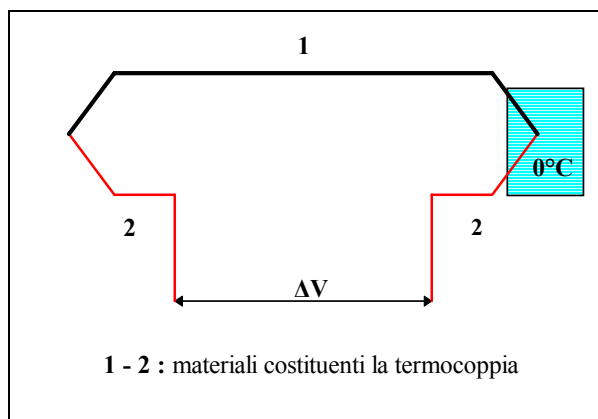


Figura 5.3: giunto freddo di riferimento

4) Incertezza dovuta al tempo di reazione dell'operatore nella lettura. Si assume questo valore (i_t) indicativamente pari a ± 0.2 s.

Diverse misurazioni in differenti condizioni di prova permetterebbero di individuare singolarmente i fattori di incertezza presenti nella misurazione. Il modello può assumere per semplicità i valori di incertezza rilevati durante la fase di taratura statica degli strumenti riportati nei manuali:

- Incertezza per la termocoppia: $i_{tc} = \pm (1^\circ\text{C} + 1\% \text{ valore di lettura})$.
- Incertezza per la resistenza al platino: $i_{ir} = \pm (0.1^\circ\text{C} + 0.5\% \text{ valore di lettura})$.

6) TARATURA DINAMICA DEI TERMOMETRI

Occorre tarare gli strumenti a contatto con la piastra calda per poter determinare il ciclo di regolazione della termoresistenza.

6.1) Termocoppia a contatto con la piastra

La misura viene effettuata nell'intervallo di temperatura compreso tra T_{amb} , cioè la temperatura dell'ambiente e T_0 che è il valore di temperatura raggiunto dalla piastra del ferro da stiro. Poiché $T_0 > T_{amb}$, si tratta di un ingresso a gradino positivo. I valori sono riportati in figura 6.1.

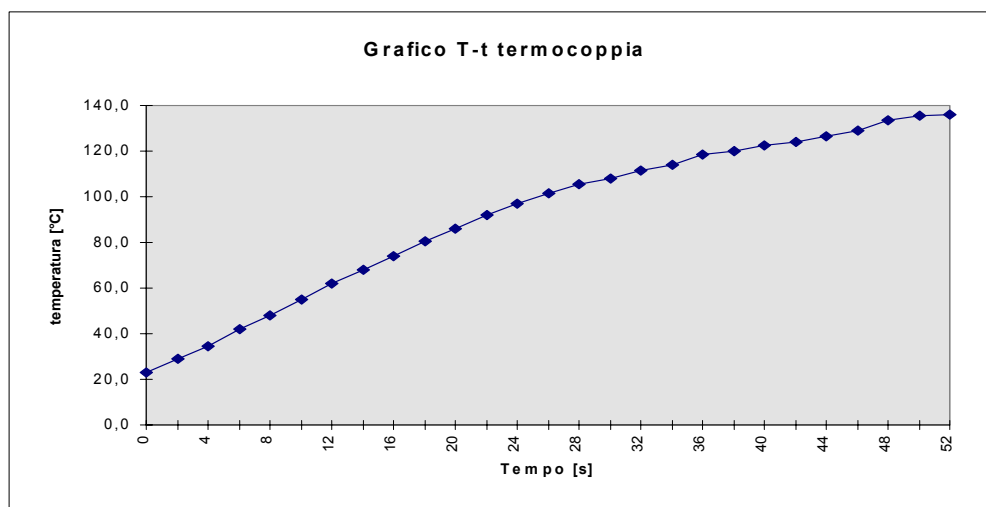


fig. 6.1 - Taratura dinamica della termocoppia a contatto con la piastra.

In questo caso si rilevano i seguenti valori: $T_{amb} = 23,0 \pm 1,2 \text{ } ^\circ\text{C}$; $T_0 = 130,7 \pm 2,3 \text{ } ^\circ\text{C}$. Si ricava dall'equazione 2.11 $a = -0.16$ e quindi $\tau = -1/a = 6,3 \text{ s}$.

A titolo di esempio di riporta in figura 6.2 un tipico grafico.

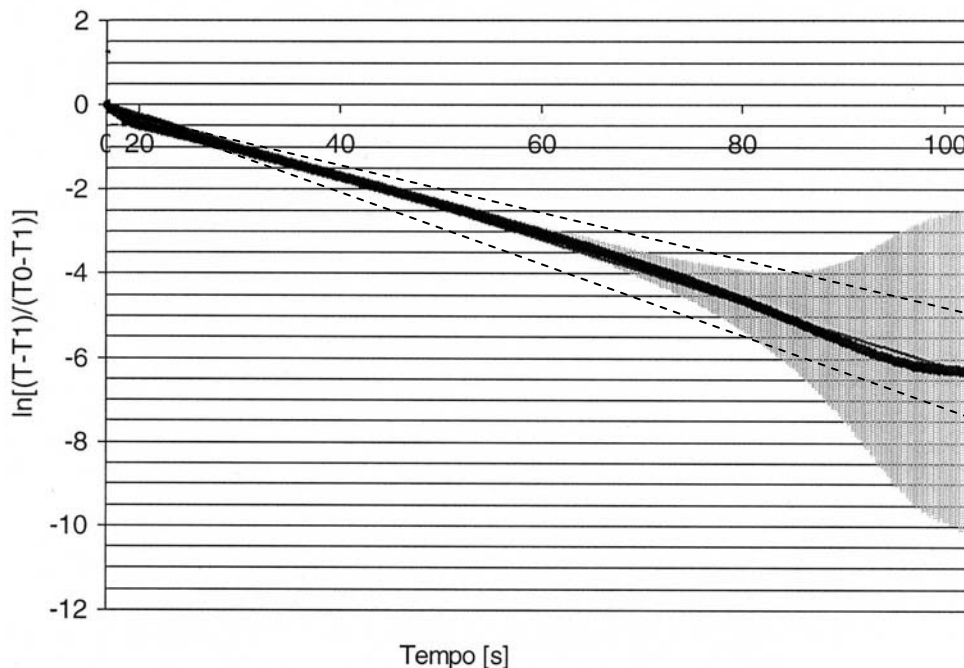


fig. 6.2 Taratura della termocoppia e fascia di incertezza.

Per determinare l'incertezza di τ viene si può adottare un metodo grafico approssimato. Si inserisce la curva rappresentante le X della termocoppia in funzione del tempo all'interno di un cono di incertezza (tratteggiato in figura 6.2). Si ottiene un'incertezza di $\pm 1,3 \text{ s}$. Risulta quindi:

$$\tau = \tau_0 \pm i_{tot.} = 6,3 \pm 1,3 \text{ s.}$$

6.2) Termometro a resistenza al platino a contatto con la piastra

Per la taratura si sono determinati i seguenti valori eseguendo una prova di ripetibilità.

Primo riscaldamento	
Tempo (s)	Temperatura ($^\circ\text{C}$)
0	24,9
5	60,5
10	84,9
15	101,7
20	109,2
25	114,4
30	117,2
35	118,8
40	119,9
45	120,3
50	120,5
55	120,5
60	120,5

Secondo riscaldamento	
Tempo (s)	Temperatura ($^\circ\text{C}$)
0	24,6
5	56
10	80,1
15	95
20	103,7
25	109
30	111,9
35	114
40	115
45	115,5
50	115,8
55	115,9
60	115,9

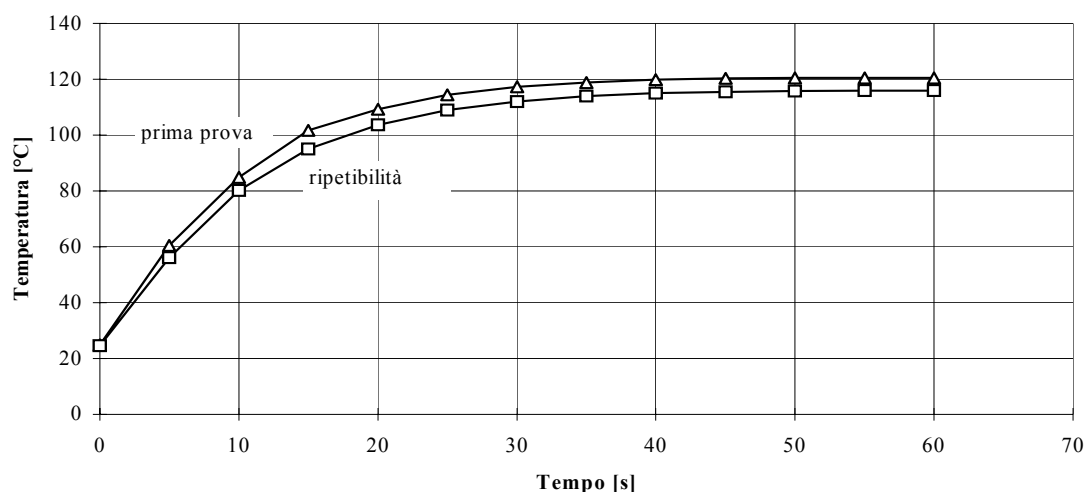


Figura 6.3: taratura del termometro a resistenza a contatto con la piastra calda.

Dato che le costanti di tempo del termometro dipendono dalle condizioni ambientali, sono state determinate anche le costanti di tempi in aria, con il termometro quindi non a contatto con la piastra. Ovviamente le costanti di tempo in aria saranno più elevate rispetto a quelle determinate a contatto con la piastra dove prevale la conduzione rispetto alla convezione.

Per la taratura si sono determinati i seguenti valori eseguendo una prova di ripetibilità.

Primo raffreddamento			
Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	121	95	57,9
5	117,2	100	56,1
10	111,4	105	54,2
15	106,8	110	52,8
20	102,2	115	51,1
25	97,8	120	49,3
30	94	125	47,8
35	90,8	130	46,6
40	86,9	135	45,3
45	83,3	140	44
50	80,5	145	42,6
55	77,6	150	41,5
60	74,8	155	40,6
65	72,3	160	39,6
70	69,4	165	38,8
75	66,7	170	37,9
80	64,4	175	37,1
85	62	180	36,3
90	59,8		

Secondo raffreddamento			
Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	132,5	95	59,1
5	124,2	100	57,1
10	117,4	105	55,4
15	112,2	110	54,1
20	106,8	115	52,4
25	102,1	120	51,2
30	97,2	125	49,8
35	92,5	130	48,4
40	88,5	135	47,2
45	84,9	140	46,2
50	82,1	145	45,1
55	79,1	150	44,1
60	76,1	155	43,1
65	73,7	160	42,1
70	70,7	165	41,2
75	68	170	40,1
80	65,7	175	39,2
85	63,2	180	38,4
90	61,2		

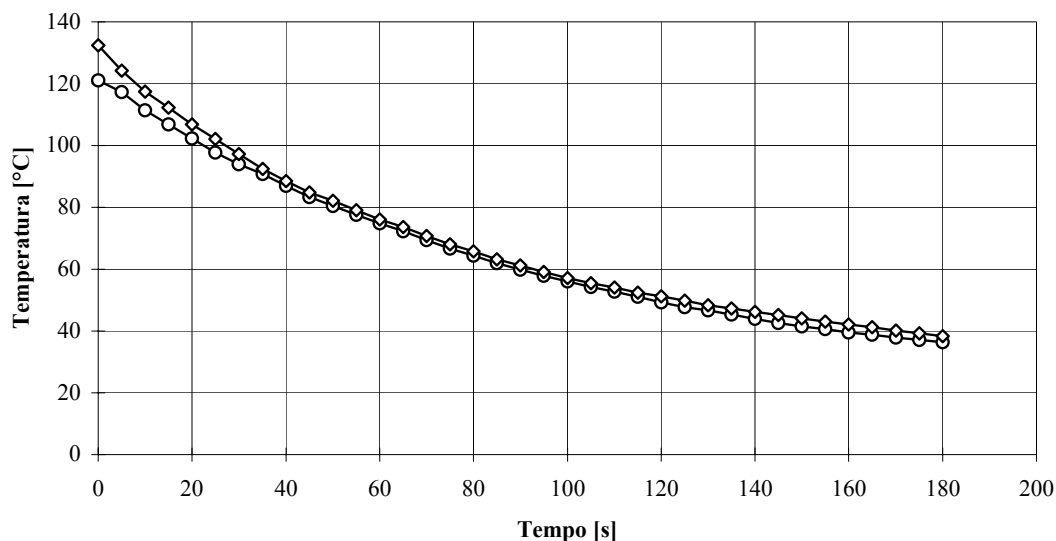


Figura 6.4: taratura del termometro a resistenza a contatto con la piastra calda.

Si ottengono i seguenti risultati:

-a) fase di riscaldamento a contatto:

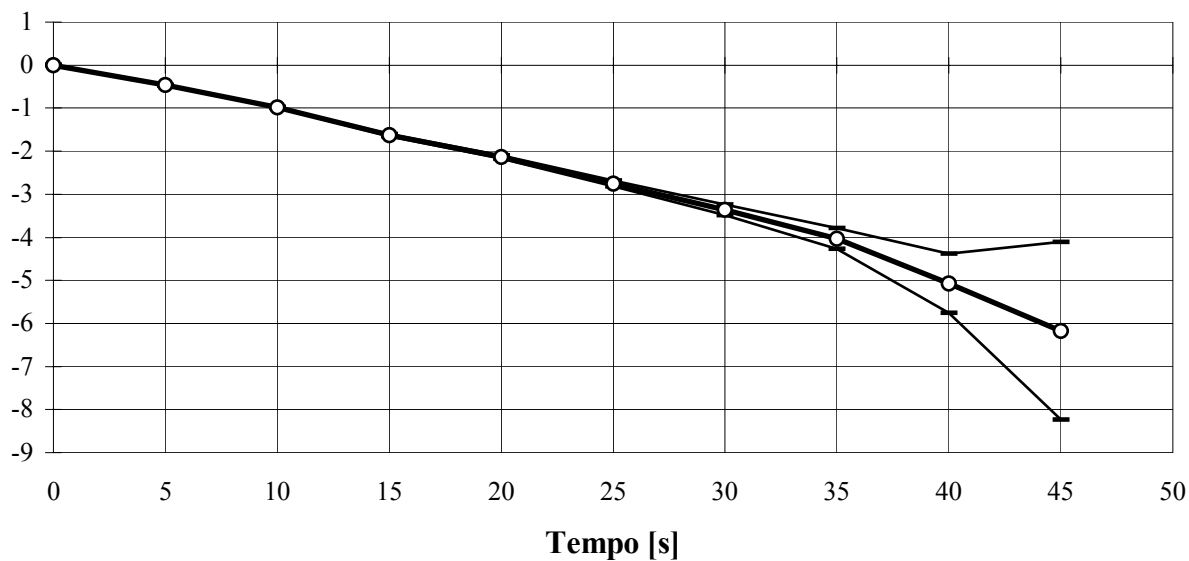


Figura 6.5: taratura del termometro a resistenza a contatto con la piastra prima serie. Andamento di $Y(t)$ e relativa incertezza.

La curva logaritmica di risposta ha all'inizio un andamento curvilineo poiché la risposta dinamica è soggetta al concorso d'influenza di entrambe le costanti di tempo per istanti di tempo successivi alla τ^* l'andamento è determinato dall'azione di τ_1 e quindi la curva assume un andamento quasi lineare. Il tratto rettilineo può essere interpolato graficamente, determinando l'asintoto della curva.

Si ricavano i coefficienti dell'asintoto e quindi l'equazione della retta delle differenze tra l'asintoto ed i valori rilevati risulta.

Si ricava: A_1 e A_2 . Se, come frequentemente accade A_2 ha lo stesso ordine di grandezza della sua incertezza non è misurabile, pertanto valuta solo la prima costante di tempo.

-Prima serie di dati: regressione lineare tra i 15 e i 30 secondi : $\tau_1 = 8,28$ s
 -Seconda serie di dati: regressione lineare tra i 15 e i 30 secondi : $\tau_1 = 8,46$ s
 La media risulta 8,37 s e lo scarto quadratico medio è pari a $\pm 0,125$ s.
 La seconda costante di tempo risulta $\tau_2 = 2,1017$ s e l'incertezza è $\pm 0,5$ s
 Si assume: $\tau_1 = 8,37$ s $\pm 0,25$ s (95%)
 e $\tau_2 = 2,1$ s $\pm 0,5$ s (95%).

-b) fase di raffreddamento in aria:

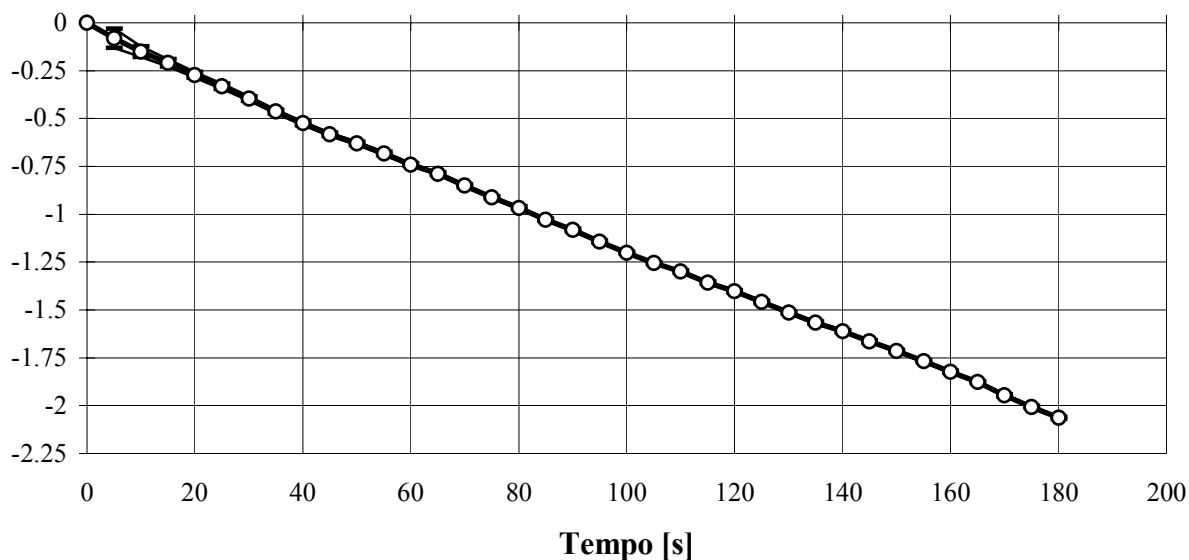


Figura 6.6: taratura del termometro a resistenza in aria prima serie. Andamento di Y(t) e relativa incertezza.

-Prima serie di dati : regressione lineare tra i 30 e i 80 secondi : $\tau_1 = 83,57$ s
 -Seconda serie di dati : regressione lineare tra i 30 e i 80 secondi : $\tau_1 = 91,49$ s
 La media risulta 87,53 s e lo scarto quadratico medio è pari a $\pm 5,59$ s. La seconda costante di tempo risulta $\tau_2 = 1,24$ s e l'errore è pari a $\pm 0,6$ s.
 Si assume $\tau_1 = 87$ s ± 11 s (95%)
 e $\tau_2 = 1,2$ s $\pm 0,6$ s (95%).

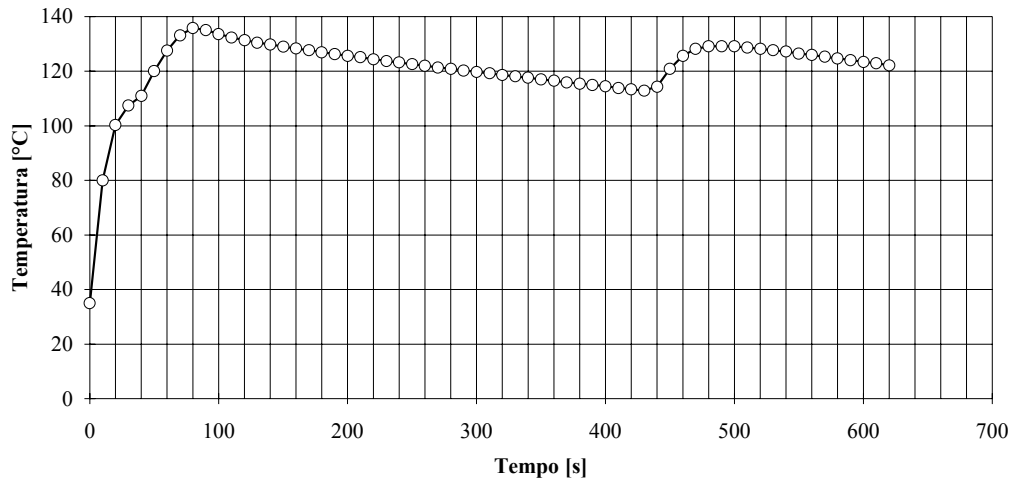
7) DETERMINAZIONE DEL CICLO DI REGOLAZIONE

7.1) Dati del ciclo

Ciclo termico di regolazione del ferro da stiro							
Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)	Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	35	160	128,3	320	118,7	480	129,1
10	80,1	170	127,7	330	118,1	490	129,2
20	100,3	180	127	340	117,6	500	129,1
30	107,4	190	126,3	350	117	510	128,7
40	110,9	200	125,7	360	116,5	520	128,2
50	120	210	125,1	370	115,9	530	127,7
60	127,5	220	124,4	380	115,5	540	127,2
70	133,2	230	123,8	390	115	550	126,5

80	135,8	240	123,2	400	114,5	560	125,9
90	135,1	250	122,6	410	113,9	570	125,3
100	133,6	260	122	420	113,4	580	124,7
110	132,4	270	121,4	430	112,9	590	124,1
120	131,4	280	120,9	440	114,3	600	123,4
130	130,5	290	120,3	450	120,9	610	122,9
140	129,8	300	119,8	460	125,7	620	122,2
150	129	310	119,2	470	128,2		

CICLO TERMICO DI REGOLAZIONE



7.2) Osservazioni sull'andamento del ciclo

Per una temperatura media di circa 120°C, il lasso di tempo tra due inserzioni dell'alimentazione della resistenza riscaldante è di 380 ± 20 secondi.

Si può stimare nella durata di circa 20 secondi il transitorio termico che si verifica nel passaggio dalla fase di riscaldamento alla fase di raffreddamento.

Osservando i dati, si può notare che il primo picco di temperatura supera di 6,6°C il successivo.

8) CALCOLO DELL'ANDAMENTO DELL'INGRESSO

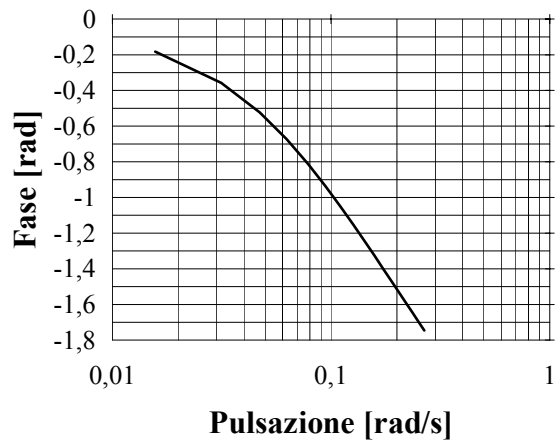
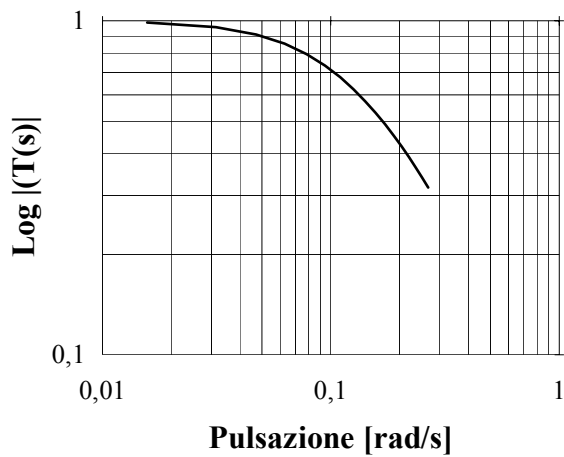
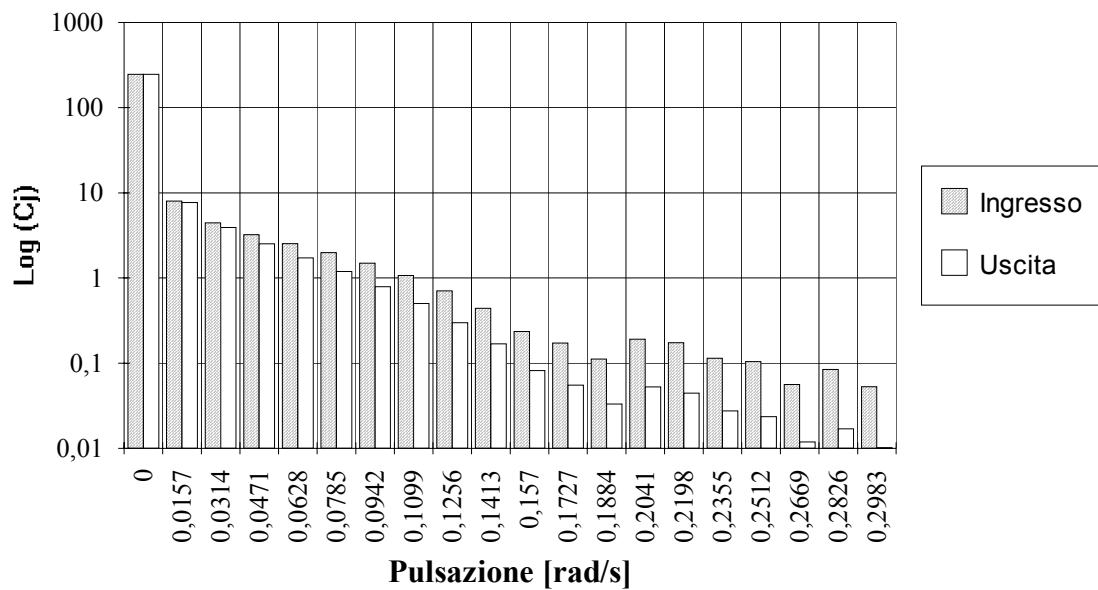
Si riporta in appendice l'output di un programma riporta i coefficienti degli sviluppi in serie di Fourier sia dell'ingresso che dell'uscita, nonché i valori di modulo e sfasamento della funzione di trasferimento del sistema.

Sono stati analizzati due casi: una situazione da 50 a 440 secondi e una da 270 a 620 secondi delle quali si presenta il grafico degli andamenti.

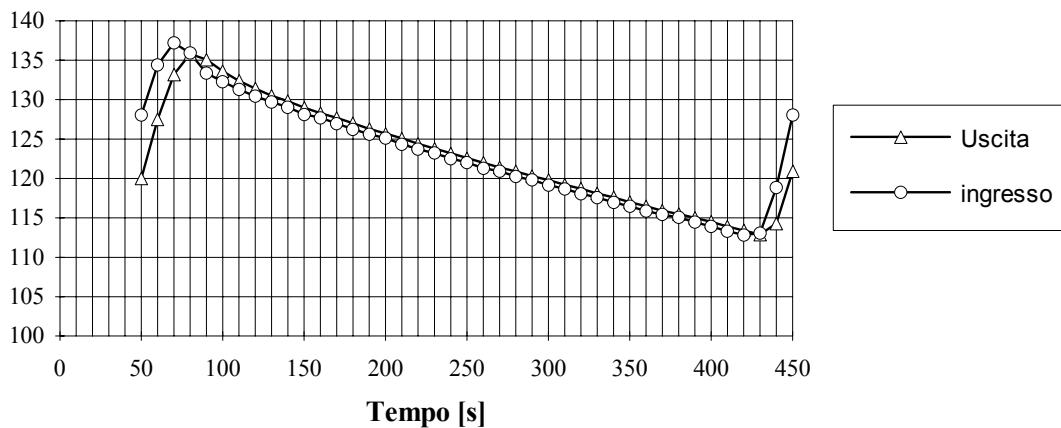
Nel primo caso si ha una differenza fra la temperatura massima in ingresso e la temperatura massima in uscita pari a 2,7°C, mentre nel secondo caso è di appena 0,6°C. Va sottolineato che la serie di Fourier per un numero discreto di valori è composta al massimo da un numero di sinusoidi pari alla metà dei valori che descrivono la curva, dando quindi origine ad una serie di ondulazioni nelle zone con maggior variazione di pendenza.

In entrambi i casi si nota un ritardo nella risposta variabile, con un valore medio stimabile in 10 ± 2 secondi.

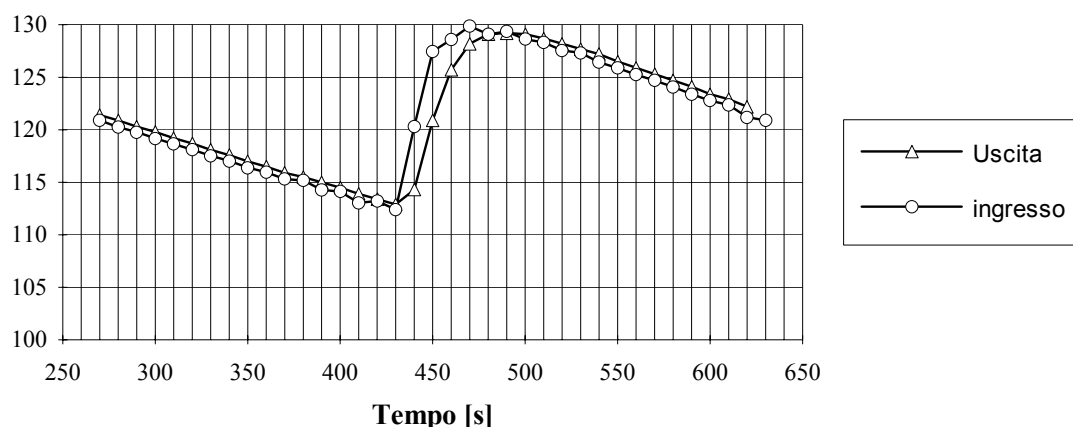
Si riportano i diagrammi della distribuzione delle ampiezze delle sinusoidi che compongono il segnale e poi i diagrammi di Bode della funzione di trasferimento del sistema di misura.



Periodo da 50 a 440 secondi



Periodo da 270 a 620 secondi



9) COMMENTI

Si è potuto constatare che il termometro a termocoppia con costante di tempo di $6,3 \pm 1,3$ s è più adatto a misurare fenomeni dinamici con periodo dell'ordine di 200 s, ma che il termometro a resistenza compie un errore massimo di 2 °C in corrispondenza dell'accensione della termoresistenza. Esso inoltre acquisisce i valori di temperatura con un ritardo di 10 ± 1 s.

Non è stata sviluppata un'analisi dettagliata della valutazione dell'incertezza nella trattazione delle correzioni dinamiche perché tale analisi è piuttosto complessa e lo spirito di questo lavoro è quello di evidenziare l'effetto della prontezza di diversi strumenti nella misura di fenomeni tempovarianti. In prima approssimazione si può assegnare un'incertezza di ± 1 °C alla correzione massima $2,3$ °C.

Si nota una differenza di un ordine di grandezza tra la costante di tempo τ_1 trovata nella taratura con il termometro a contatto con il ferro da stiro e in aria ferma, che risulta giustificata dal fatto che la sonda scambiava molto meno calore per convezione con l'ambiente circostante, rispetto al calore scambiato per conduzione.

10) CONCLUSIONI

Con questa esperienza si è determinato sperimentalmente l'andamento temporale del ciclo di regolazione di una resistenza termostata. Per eseguire tale misura è stata eseguita preventivamente una taratura dinamica dei sensori di temperatura. La termocoppia tipo K ha una costante di tempo pari a 6,3 secondi ed essa risulta pertanto trascurabile rispetto alla dinamica del fenomeno in esame.

Essendo una misura di temperatura tempovariante è stata effettuata preliminarmente la taratura dinamica del termometro a resistenza, per il quale si è supposto che sia del secondo ordine, ottenendo le due costanti di tempo $\tau_1 = 8,37 \text{ s} \pm 0,25 \text{ s}$ (95%) e $\tau_2 = 2,1 \text{ s} \pm 0,5 \text{ s}$ (95%).

Nel caso del termometro a resistenza è stata eseguita una correzione dei valori di lettura; tale correzione ha comportato un aumento massimo della temperatura misurata di $2,3 \pm 1$ °C. La risposta corretta del termometro a resistenza è compatibile con i corrispondenti valori misurati con il termometro a termocoppia. Partendo poi dal profilo misurato, che ha presentato un periodo di 380 ± 20 s, è stato ricavato l'andamento dell'ingresso. Questo ha evidenziato un ritardo nella risposta pari a 10 ± 2 s.

Si nota un'anomalia di funzionamento del regolatore automatico, in quanto si riscontrano differenze di $6,6$ °C fra il primo picco e il successivo.

APPENDICE

Analisi del ciclo dal valore a 50 secondi al valore a 440 secondi

Serie di Fourier (DFT)

a0 = 245.965

C 1 = 7.708573	fi 1 = 1.538143
C 2 = 3.918164	fi 2 = -4.616618
C 3 = 2.515252	fi 3 = -4.489887
C 4 = 1.72665	fi 4 = -4.336847
C 5 = 1.191017	fi 5 = -4.210046
C 6 = .7916345	fi 6 = -4.092427
C 7 = .5025162	fi 7 = -3.98998
C 8 = .2987794	fi 8 = -3.89288
C 9 = .1685258	fi 9 = -3.825265
C 10 = 8.201895E-02	fi 10 = -4.056681
C 11 = 5.526811E-02	fi 11 = -4.403116
C 12 = 3.315539E-02	fi 12 = .8950217
C 13 = 5.258323E-02	fi 13 = .6976362
C 14 = 4.445442E-02	fi 14 = .9339708
C 15 = 2.745255E-02	fi 15 = 1.058035
C 16 = 2.351073E-02	fi 16 = 1.09407
C 17 = 1.193075E-02	fi 17 = .9087954
C 18 = 1.695872E-02	fi 18 = 1.068014
C 19 = 1.007515E-02	fi 19 = -2.045422

Funzione di trasferimento

M 1 = .9909271	fi 1 = -.1637319
M 2 = .9650202	fi 2 = -.3230705
M 3 = .92572	fi 3 = -.4744234
M 4 = .8774446	fi 4 = -.6154631
M 5 = .8244497	fi 5 = -.745153
M 6 = .7701452	fi 6 = -.8634742
M 7 = .7169041	fi 7 = -.9710591
M 8 = .6661785	fi 8 = -1.068871
M 9 = .6187297	fi 9 = -1.15798
M 10 = .5748544	fi 10 = -1.239433
M 11 = .5345634	fi 11 = -1.314186
M 12 = .4977053	fi 12 = -1.383081
M 13 = .4640471	fi 13 = -1.44684
M 14 = .4333237	fi 14 = -1.506082
M 15 = .4052656	fi 15 = -1.561329
M 16 = .3796149	fi 16 = -1.613019
M 17 = .3561322	fi 17 = -1.661532
M 18 = .3346	fi 18 = -1.707184
M 19 = .3148227	fi 19 = -1.750248

Ingresso: serie di Fourier

C 1 = 7.779152	fi 1 = 1.374411
C 2 = 4.060189	fi 2 = -4.939688
C 3 = 2.717076	fi 3 = -4.96431
C 4 = 1.967817	fi 4 = -4.952311
C 5 = 1.444621	fi 5 = -4.955199
C 6 = 1.027903	fi 6 = -4.955902
C 7 = .7009532	fi 7 = -4.96104
C 8 = .4484975	fi 8 = -4.961751
C 9 = .2723739	fi 9 = -4.983245
C 10 = .1426778	fi 10 = -5.296114
C 11 = .1033892	fi 11 = -5.717302
C 12 = 6.661651E-02	fi 12 = -.488059
C 13 = .1133144	fi 13 = -.7492042
C 14 = .1025894	fi 14 = -.5721116
C 15 = 6.773965E-02	fi 15 = -.5032942
C 16 = 6.193311E-02	fi 16 = -.518949
C 17 = 3.350091E-02	fi 17 = -.7527365

C 18 = 5.068357E-02 fi 18 = -.6391699

C 19 = 3.200263E-02 fi 19 = -3.79567

Analisi del ciclo dal valore a 270 secondi al valore a 620 secondi

Serie di Fourier (DFT)

a0 = 242.9944

C 1 = 6.466833	fi 1 = -1.519905
C 2 = 2.817602	fi 2 = -4.550296
C 3 = 1.649706	fi 3 = -1.407385
C 4 = 1.051255	fi 4 = -4.54346
C 5 = .7455958	fi 5 = -1.497813
C 6 = .5053809	fi 6 = -4.684875
C 7 = .3646502	fi 7 = -1.684414
C 8 = .2549714	fi 8 = 1.389021
C 9 = .2160769	fi 9 = -1.884403
C 10 = .1452037	fi 10 = 1.235506
C 11 = .1251251	fi 11 = -2.308969
C 12 = .0934529	fi 12 = .7330539
C 13 = 9.535892E-02	fi 13 = -2.680315
C 14 = 7.020657E-02	fi 14 = .6258551
C 15 = 6.935989E-02	fi 15 = -2.980733
C 16 = 6.788668E-02	fi 16 = .3415976
C 17 = 5.616376E-02	fi 17 = -3.253061

Funzione di trasferimento

M 1 = .9888318	fi 1 = -.1817283
M 2 = .9572951	fi 2 = -.3574978
M 3 = .9104031	fi 3 = -.5226585
M 4 = .8542475	fi 4 = -.6745248
M 5 = .7942668	fi 5 = -.8122609
M 6 = .7344268	fi 6 = -.9363348
M 7 = .6771858	fi 7 = -1.047925
M 8 = .6238276	fi 8 = -1.148476
M 9 = .5748544	fi 9 = -1.239433
M 10 = .5303023	fi 10 = -1.322116
M 11 = .4899582	fi 11 = -1.39767
M 12 = .4534933	fi 12 = -1.467062
M 13 = .4205401	fi 13 = -1.531102
M 14 = .3907338	fi 14 = -1.590458
M 15 = .3637327	fi 15 = -1.645694
M 16 = .3392267	fi 16 = -1.697272
M 17 = .3169391	fi 17 = -1.745584

Ingresso: serie di Fourier

C 1 = 6.539872	fi 1 = -1.701634
C 2 = 2.943295	fi 2 = -4.907794
C 3 = 1.812061	fi 3 = -1.930043
C 4 = 1.230621	fi 4 = -5.217985
C 5 = .9387221	fi 5 = -2.310074
C 6 = .6881297	fi 6 = -5.62121
C 7 = .5384789	fi 7 = -2.732338
C 8 = .4087209	fi 8 = .2405453
C 9 = .3758811	fi 9 = -3.123837
C 10 = .2738131	fi 10 = -8.661067E-02
C 11 = .2553792	fi 11 = -3.706639
C 12 = .2060734	fi 12 = -.7340082
C 13 = .2267535	fi 13 = -4.211416
C 14 = .1796788	fi 14 = -.9646026
C 15 = .1906892	fi 15 = -4.626427
C 16 = .2001218	fi 16 = -1.355674
C 17 = .1772068	fi 17 = -4.998645